

Formelsammlung Mathematik

Mengenoperationen

Schnittmenge Die Schnittmenge von zwei Mengen A und B ist die Menge aller Elemente, die zu A und zu B gehören. $A \cap B$

Vereinigungsmenge Die Vereinigungsmenge von zwei Mengen A und B ist die Menge aller Elemente, die zu A oder zu B gehören. $A \cup B$

Restmenge Die Restmenge (Differenzmenge) von A bezüglich B besteht aus allen Elementen, die zu A, aber nicht zu B gehören. $A \setminus B$

Ergänzungsmenge Ist A Teilmenge einer sogenannten Grundmenge G, so versteht man unter der Ergänzungsmenge (Komplementmenge) von A (bezüglich der Grundmenge G) die Menge aller Elemente von G, die nicht zu A gehören. \bar{A}

Produktmenge Unter Produktmenge von zwei Mengen A und B versteht man die Menge aller Paare (a, b) mit $a \in A$ und $b \in B$. $A \times B$

Binomische Formeln

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{und} \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b)$$

Potenzen

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 1. Potenzgesetz (Gleiche Basis) | $a^m \cdot a^n = a^{m+n}; a^m : a^n = a^{m-n}$ |
| 2. Potenzgesetz (Potenz einer Potenz) | $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ |
| 3. Potenzgesetz (Gleicher Exponent) | $a^n \cdot b^n = (ab)^n; a^n : b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ |

Logarithmen

$$a^x = b, x = \log_a b$$

- | | |
|----------------------|---|
| 1. Logarithmusgesetz | $\log_a(u \cdot v) = \log_a u + \log_a v$ |
| 2. Logarithmusgesetz | $\log_a(u : v) = \log_a u - \log_a v$ |
| 3. Logarithmusgesetz | $\log_a u^r = r \cdot \log_a u$ |

$$\log_a b = \frac{\log b}{\log a} = \frac{\ln b}{\ln a}$$

Quadratische Gleichung

Zwei versch. Lösungen ($D > 0$): $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Doppellösung ($D = 0$): $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

Keine Lösung falls $D < 0$.

Potenzgleichungen

$x^n = a$ mit geradem n :

$a > 0$ 2 Lösungen, nämlich $\sqrt[n]{a}, -\sqrt[n]{a}$

$a = 0$ 1 Lösung, nämlich 0

$a < 0$ Keine Lösung

$x^n = a$ bei ungeradem n

$a \geq 0$ Die Lösung $\sqrt[n]{a}$

$a < 0$ Die Lösung $-\sqrt[n]{|a|}$

Lineare Funktionen

Grundform: $f: x \rightarrow y = mx + q$

Berechnung von linearen Funktionen

1. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

2. Grundformel mit einem gegebenen Punkt nach q auflösen.

Parallel bei gleicher Steigung $m_1 = m_2$!

Senkrecht: $m_1 \cdot m_2 = -1$

Quadratische Funktionen

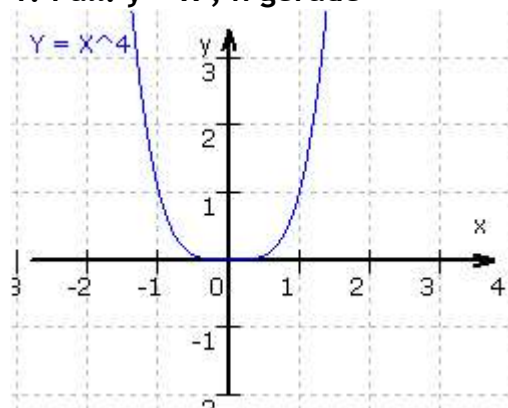
Grundform: $y = ax^2 + bx + c$

Scheitelpunkt: $S\left(\frac{-b}{2a}; c - \frac{b^2}{4a}\right)$

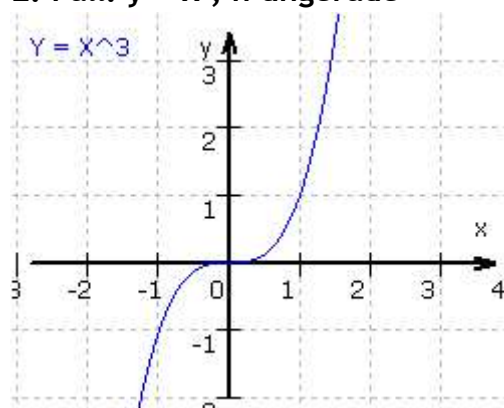
Potenzfunktionen

Form: $y = a \cdot (x - b)^n + c$

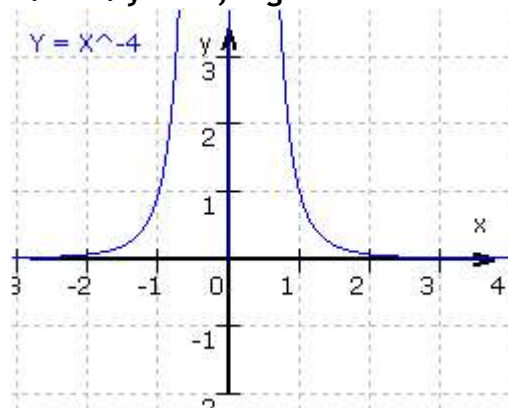
1. Fall: $y = x^n$, n gerade



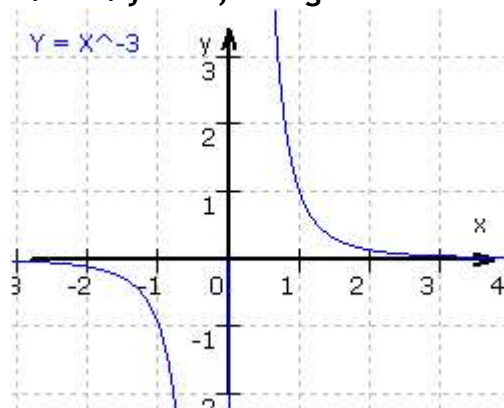
2. Fall: $y = x^n$, n ungerade



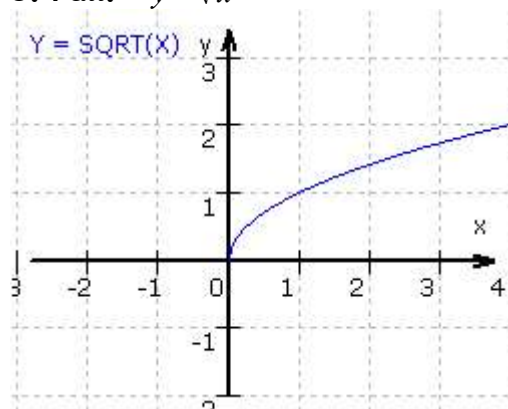
3. Fall: $y = x^{-n}$, n gerade



4. Fall: $y = x^{-n}$, n ungerade



5. Fall: $y = \sqrt{x}$



Translation $y = a \cdot (x - c)^n + b$

Exponentialfunktionen

$$\Delta t \leftrightarrow r = b^{\Delta t} \quad y = y_0 \cdot b^{\Delta t}$$

Halbwertszeit: $b^{\Delta t} = \frac{1}{2}$ oder $\Delta t = \frac{\log 0.5}{\log b}$

Verdoppelungszeit: $b^{\Delta t} = 2$ oder $\Delta t = \frac{\log 2}{\log b}$

Folgen und Reihen

Folge: $\sum_{k=m}^n a_k = a_m + a_{m+1} + a_{m+2} + \dots + a_n$ „Summe aller a_k von $k = m$ bis $k = n$ “

Reihe: $s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \dots + a_n$

| | | |
|--------------------------|--|---|
| 1. c sei konstant | $\sum_{k=m}^n c = (n-m+1) \cdot c$ | $\prod_{k=m}^n c = c^{n-m+1}$ |
| 2. c = Konstanter Faktor | $\sum_{k=m}^n c \cdot a_k = c \cdot \sum_{k=m}^n a_k$ | $\prod_{k=m}^n c \cdot a_k = c^{n-m+1} \cdot \prod_{k=m}^n a_k$ |
| 3. Zerlegung | $\sum_{k=m}^n (a_k \pm b_k) = \sum_{k=m}^n a_k \pm \sum_{k=m}^n b_k$ | $\prod_{k=m}^n (a_k \cdot b_k) = \prod_{k=m}^n a_k \cdot \prod_{k=m}^n b_k$ |

Arithmetische Folge: $a_n = a_1 + (n-1)d$

Arithmetische Reihe: $s_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} = n \cdot a_1 + \frac{n \cdot (n-1)}{2} \cdot d$

Geometrische Folge: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

Geometrische Reihe: $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

Arithmetisches Mittel: $a_n = \frac{(a_{n-1} + a_{n+1})}{2}$

Geometrisches Mittel: $|a_n| = \sqrt{|a_{n-1} \cdot a_{n+1}|}$

Konvergente Reihe: $s_\infty = \sum_{k=1}^{\infty} a_k = \frac{a_1}{1-q}$